

# 数学の決闘 ～日本数学オープンSP～ 予選

2016年10月5日

## 1 第一ステージ

問題 1. 次の式を因数分解しなさい。

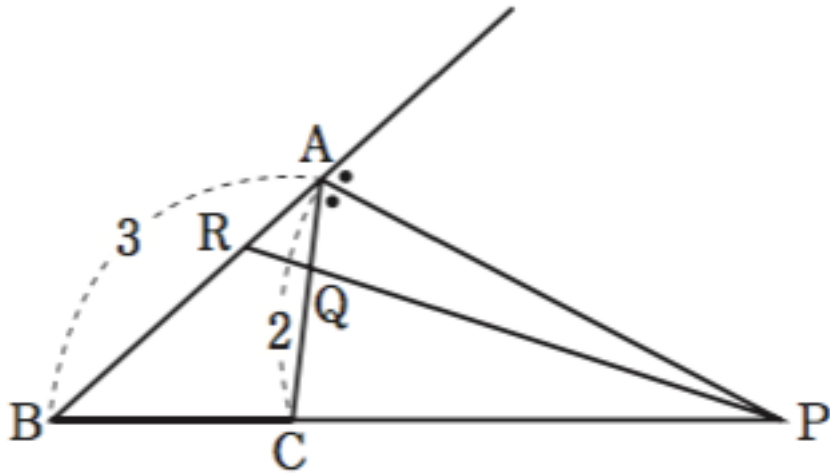
$$2x^2 + 6xy + 4y^2 - 5x - 4y - 3$$

問題 2.  $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$  で  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$  のとき、 $\sin \theta - \cos \theta$  の値を求めなさい。

問題 3. 2, 0, 1, 6, 0, 9, 1, 8 の 8 個の数字すべてを並べてできる 8 桁の整数の個数を求めなさい。

問題 4. 不定方程式  $2.7x + 3.14y = 23.1$  の解のうち、 $x, y$  ともに絶対値が 2 桁の整数であるものを求めなさい。

問題 5. 右の図のように  $AB = 3, AC = 2$  である  $\triangle ABC$  において、頂点  $A$  の外角の二等分線と直線  $BC$  との交点を  $P$  とします。辺  $AC$  を  $3:5$  に内分する点を  $Q$  とし、直線  $PQ$  と辺  $AB$  との交点を  $R$  とするとき、線分  $AB$  の長さを求めなさい。



問題 6. 整式  $x^4 + x^2 + 3x + 1$  をある整式  $A$  で割ると、商が  $x^2 - 2$ 、余りが  $3x + 7$  です。このとき、整式  $A$  を求めなさい。

問題 7.  $xy$  平面上の 3 点  $A(1, 6), B(8, -1), C(1, -2)$  を通る円の半径を求めなさい。

問題 8.  $x$  を実数とすると、次の方程式を解きなさい。

$$4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

問題 9. 次の和を  $n$  を用いて表しなさい。

$$\sum_{k=1}^n (2k - n)$$

問題 10. 右の表は、5 人の生徒  $a, b, c, d, e$  の身長と体重をまとめたものです。この 5 人の生徒の身長と体重の相関係数を求めなさい。

	身長 (cm)	体重 (kg)
$a$	171	68
$b$	164	57
$c$	167	60
$d$	175	74
$e$	173	66

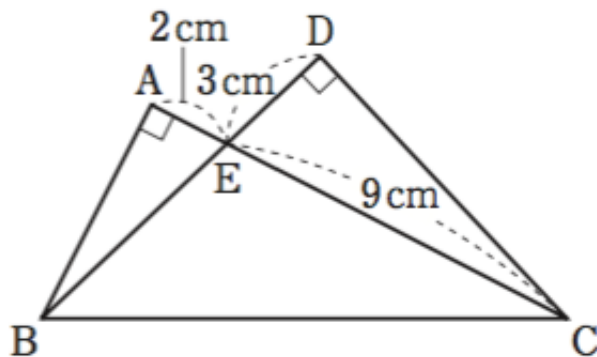
問題 11. 右の図のように、1 辺が 4cm の正五角形の中に、小さい正五角形をかきます。色を塗った部分の面積と、小さい正五角形の面積が等しいとき、小さい正五角形の 1 辺の長さを求めなさい。



問題 12. 右の図において、 $\triangle ABC$  と  $\triangle DBC$  はいずれも直角三角形であり、点  $E$  は辺  $AC$  と辺  $BD$  の交点です。

$$AE = 2\text{cm}, DE = 3\text{cm}, EC = 9\text{cm}$$

のとき、辺  $BC$  の長さを求めなさい。



問題 13. はじめ袋の中に白球 3 個と赤球 2 個が入っています。この袋から中を見ないで球を 1 個取り出して色を確認し、その球が白球のときは袋に戻し、赤球のときは戻さないものとします。

この試行を 2 回続けて行うとき、2 回めに赤球が取り出される確率を求めなさい。